

## 1 確率とは何か

確率は青春である。それは疑う余地もない。自明である<sup>1</sup>。しかし、そんな基本的なことさえ知らないまま高校を卒業してしまう人も多い。昨今の悪質な犯罪の実に7割が、そのような無知な人間によって引き起こされたとのデータも出ている。ここでは、諸君が将来そのような「社会の危険分子」にならないように、確率と青春について徹底的に議論する。しっかりと理解して頂きたい。

確率には統計的確率<sup>2</sup>と数学的確率<sup>3</sup>の2種類がある。例えば、サイコロを投げたときに1の目が出る確率が $\frac{1}{6}$ であることは誰でも納得できると思うが、それが数学的確率である。実験的確率は、サイコロを実際に繰り返し投げることによって得た「1が出た回数の割合（相対度数）」であり、それは必ずしも $\frac{1}{6}$ とは限らない<sup>4</sup>。しかし、サイコロを投げる回数をどんどん増やしていけば、実験的確率は数学的確率にどんどん近づいていく<sup>5</sup>。そのようにして結局のところ同じ値が出てくることになるが、実際に実験をする必要がない分だけ数学的確率の方が便利であろう。サイコロを振る前にもう既に確率がわかってしまうのである。それは驚くべきことである。ちなみに、中学・高校で扱う確率のほとんどはこの数学的確率である。

中学校で学んだように、あることが起きる数学的確率  $P$  は

$$P = \frac{\text{あることが起こる場合の数}}{\text{起こりうる全ての場合の数}} \quad (1)$$

で計算される。もう少し高校生らしく言うと、1つ試行において事象  $A$  が起こる数学的確率  $P(A)$  は

$$P(A) = \frac{\text{事象 } A \text{ の起こる場合の数}}{\text{起こりうる全ての場合の数}} \quad (2)$$

で計算される。ここで、試行とはサイコロを投げることのような、結果が偶然に支配され、かつ何回も繰り返し行えるような実験のことを意味し、事象とはその結果として起こる事柄のことを意味する（例：偶数の目が出る）。さらに、「3の目が出る」のようにそれ以上細かく考えられない事象を根元事象という。この用語を使って一層高校生らしく言うと、事象  $A$  が起こる数学的確率は

$$P(A) = \frac{\text{事象 } A \text{ に含まれる根元事象の数}}{\text{全ての根元事象の数}} \quad (3)$$

とも言える。例えば、一つのサイコロを投げるという試行において、「偶数の目が出る」という事象が起こる確率を求める場合。全ての根元事象は、{1の目が出る、2の目が出る、3の目が出る、4の目が出る、5の目が出る、6の目が出る}の6つで、「偶数の目が出る」という事象に含まれる根元事象は{2の目が出る、4の目が出る、6の目が出る}の3つであるので、その確率は $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ということになる。

<sup>1</sup>証明するまでもなく明らかなことを「自明」という。

<sup>2</sup>実験的確率ともいう。

<sup>3</sup>先験的確率とか理論的確率ともいう。

<sup>4</sup>例えば、サイコロを3回投げて1が一回も出なかったら、1が出る実験的確率はゼロである。

<sup>5</sup>これは大数の法則と呼ばれる。

ここで、上のように定義された数学的確率というのはいつも正しいとは限らないことに気づこう。例えば、ズボンを脱いだときにズボンが裏返しになる確率などは計算不可能でさえある<sup>6</sup>。数学的確率というものは、非常に特殊なときにだけ計算できるのである。それは、全ての根元事象が同様に確からしい (equally likely な) ときだけである。簡単に言えば、一部の根元事象が他に比べて起きやすいというようなことがなく、全てが平等に起きる可能性があるということである。先のズボンの例でいえば、そのまま脱げる場合と裏返しに脱げる場合というのは (ズボンの形やピチピチさ加減などでその起きやすさが劇的に変化するし、一部だけ裏になるという場合もあって裏表という分け方自体も曖昧なので) 同様に確からしくないのである。だから数学的確率は正しく計算できないのである。他の例としては、「明日の自分は生きているか死んでいるかの2通りなので、明日生きている確率は $\frac{1}{2}$ である。」<sup>7</sup>や「人間は男か女かオカマかオナベの4種類なので、無作為に人間を一人選んだときにその人が男である確率は $\frac{1}{4}$ である。」<sup>8</sup>といったものがある。一方、サイコロやコインを投げるような単純な試行では、何が出るかという根元事象は同様に確からしいとして考えることができる<sup>9</sup>。そんなときにだけ、数学的確率は意味を成すのである。これは非常に重要な事実であるので、しっかりと頭に刻んでおこう。

しかしながら、同様に確からしくないと分かっているにもかかわらず、それでも敢えて数学的確率を計算せねばならない時がある。友人が大学受験に失敗したとき、「これはしょうがないよ。だって、受験なんて受かるか受からないかの2つしかないんだぜ。確率でいえば50%、ヒフティーヒフティーじゃねーか。お前、ほんと頑張ったよ。カッコイイよ」と言って慰める以外に何ができるだろうか。さらに、オリンピックに出て銀メダルを取ったとき、「今の心境? 悔しいの一言ですよ。私にとっては銀や銅など何の価値もありません。勝つか負けるか。確率は常に50%なので。はっきり言って、金メダル以外はゴミです。英語で言えばゴールド・オア・ナッシングですよ。はっはっは!」と言う以外に何が言えるだろうか。また、彼女に愛を語るときには「僕は君と出会えて嬉しいよ。知ってるかい? 僕が君と出会う確率はたったの25%だったってことを。君と出会うか、前の彼女と再会するか、その前の彼女と再会するか、それ以外の女性と出会うか。君との出会いはこの4つのうちの1つ、つまり確率 $\frac{1}{4}$ 。僕たち、もう結婚するしかないよ!」と突然プロポーズする以外に何ができよう。おまけに、頭が薄くなってきたときには「とうとう来たか。だが、俺は驚きはしない。なぜなら、人間の頭なんてのはロングヘア・ショートヘア・ハゲの3通りしかないわけだから、ハゲる確率は $\frac{1}{3}$ だ。結局、誰でもハゲる可能性があるってことさ」とクールに語る以外に何ができよう。同様に確からしくなくても、構うことなく突っ走る。これが青春でなくて何だというのだ。数学的確率に真っ向から立ち向かうその姿は、あまりにも美し過ぎる。諸君は今、そんな青春時代のど真ん中にいる。今この瞬間を力の限り美しく生きよう。いつか大人になったとき、「あの頃、もっと同様に確からしくなく生きるべきだった。。。」と後悔しないように。

<sup>6</sup>裏・表の2種類だから確率 $\frac{1}{2}$ というわけにはいかない。本当にそうなら、かなり面倒な話である。

<sup>7</sup>殺し屋に狙われている等の特殊な理由が無い限り、明日生きていることと明日死ぬことが同様に確からしいとは思えない。

<sup>8</sup>男と女の数に比べればオカマやオナベの数は非常に少ないと思われるので、オカマやオナベを選ぶことは稀である。つまり、同様に確からしくない。

<sup>9</sup>サイコロは面によって穴の数が違うので平等ではないとか、コインを投げて表にも裏にもならず側面で立つこともあるなどと言いたくなる人もいるかもしれない。そんな人は(他人の気分を害さない程度に)とんどん言いましょう。